

Tidsrekkebasert modellering og framskriving av Covid-19 i Norge—nye tilfeller, innleggelser og R-tall

Ragnar Nymoen *

21. april 2021 (foreløpig versjon), tillegg om prognosenøyaktighet 11. august 2021

Sammendrag

I dette notatet presenteres et opplegg for å lage prognoser for nye tilfeller (insidens) og for innlagte på sykehus med påvist Covid-19. Metoden og erfaringsgrunnlaget er hentet fra framskriving av makroøkonomiske tidsrekker, og er derfor komplementært til framskrivningsmetoden som benyttes av FHI. Kombinasjon av prognosemetoder kan bidra til økt prognosenøyaktighet, men dette forutsetter at komplementære metoder utvikles og benyttes i praktisk framskriving. Dette har ikke skjedd i særlig grad i Norge under pandemien. Metoden som presenteres tillater samtidig beregning av det tidsavhengige R-tallet, som er en endogen variabel i modellen, ikke en parameter. Denne tilnærmingen til beregning av R-tallet er vanlig i utlandet, men har fått mindre oppmerksomhet i Norge. En sammenligning med FHIs prognoser fra midten av mars til utgangen av juni viser at den økonometriske prognosemodellen har produsert prognosefeil som både er mer balanserte (lavere gjennomsnittelig feil) og som har lavere RMSFE. Dette gjelder både prognoser for nye smittetilfeller og for antallet pasienter som er innlagt på sykehus.

1 Innledning

Etter utbruddet av Covid-19 i Norge har allmenheten blitt godt kjent med reproduksjonstallet, R . Begrepsmessig viser R hvor mange personer én person med koronasmitte smitter videre. Hvis $R = 1$, vil hver smittede person smitte én annen person. Et høyere R-tall kan varsle mulig ny kraftig spredning av viruset, som igjen kan utfordre helsevesenet. Om tallet ligger under +1, er det derimot mindre smittespredning, og man kan si at man har en forløpig kontroll over utviklingen. Mediene omtaler ofte R-tallet i saker om utsiktene framover. Onsdag 24. mars 2021 rapporterte [NRK](#) at FHI i sin siste modelleringsrapport hadde tallfestet R-tallet til 1,3 (nasjonalt). Anvendt på en daglig tidsskala vil dette R-tallet innebære en mangedobling av antall nye smittede svært raskt, men i samme rapport framskrev FHI at tallet på nye tilfeller til å være 2500 søndag 28. mars 2021.¹ Prognosetallet var mer enn en dobling fra nivået 24. mars, men var likevel mindre dramatisk

*Universitetet i Oslo, Økonomisk institutt. e-post: ragnar.nymoen@econ.uio.no.
Beregningene i dette notatet er utført i OxMetrics 8.0/PcGive 15.0 og Eviews 12.0. Takk for kommentarer fra Kåre Bævre og Vegard Lindquist Nymoen

¹[Situational awareness and forecasting for Norway. FHI COVID-19 modelling team. Week 11, 24 March 2021.](#)

enn det nasjonale R-tallet på 1,3 alene skulle tilsi. Forklaringen kan blant annet ha med å gjøre at FHI benytter en strukturell prognosemodell som tar hensyn til at det er regionale forskjeller i smittesituasjonen og at det er andre faktorer som er med å bestemme hvordan Covid-19 sprer seg i Norge.

Den operasjonelle definisjonen av R-tallet varierer fra land til land. I Norge er R-beregningen en integrert del av den epidemiologisk modelleringen og simuleringen av pandemien.² I flere andre land beregnes det tidvarierende R-tallet mer direkte fra tidsrekke-data for nye tilfeller, eller for antallet nye innleggelser på sykehus. På nasjonalt nivå har dette vist seg å gi relevant informasjon. Med den mer direkte tilnærmingen kan R-tallet finnes som et biprodukt fra en modell som allerede framskriver nettopp antallet nye smittede. Med et slikt opplegg er R-tallet ikke en parameter i modellen (som driver resultatene), men en endogen variabel. Dette notatet beskrives en slik modell, og det vises eksempler på framskrivninger som også inkluderer R-tall.

2 Modellbeskrivelse

Framskrivninger ble publisert på [Normetrics](#) under den første bølgen vinteren 2020. I mai i fjor var imidlertid tallene for nye smittede og sykehusinnleggelser blitt så lave at det ikke var noe poeng å fortsette med framskrivningene, inntil et eventuelt nytt utbrudd.³ I mars 2021 befant vi oss imidlertid i en tredje bølge, med smittetall som er langt høyere enn under den første bølgen, og med stigende antall sykehusinnleggelser. Det har derfor vært interessant å ta fram modellen fra ett år tilbake og respesifisere den ved å bruke de forlengede og oppdaterte tidsrekkene.

Modellen framskriver daglig antall nye bekreftede smittede med Covid-19. Datakilden er FHI. Tallene er ordnet etter datoen på avlagt test. Dette betyr at det vil være avvik mellom disse tallene og de hyppig refererte tallene for nye smittede på [vg.no](#).

Modellen framskriver i tillegg antall nye pasienter innlagt på sykehus med bekreftet Covid-19, og det daglige antallet som er innlagt på sykehus i Norge («sykehussenger»). Men også framskrivningene av disse variablene drives av prognosen for nye tilfeller.

Den sentrale variabelen som bestemmes i modellen er dermed antallet nye smittede per dag, NS_t . Når NS_t er bestemt i modellen, oppdateres det kumulative antallet SS_t med definisjonslikningen:

$$SS_t = SS_{t-1} + NS_t. \quad (1)$$

Siden det er rimelig å anta at NS_{t+1} er korrelert med SS_t , er det rimelig å inkludere «lags» av SS_t

²<https://www.fhi.no/sv/smittsomme-sykdommer/corona/koronavirus-modellering/>

³<http://normetrics.no/covid-19-and-norwegian-jobs-crisis/>, innlegget *5-16 May Covid-19 forecast evaluation* fra 18. mai.

i modelligningen som bestemmer NS_t . Mer presist har vi benyttet:

$$SS_t^* = SS_{t-k_1} - SS_{t-k_1-k_2} \quad (2)$$

som en indikator på smitten i populasjonen. Et rimelig anslag er at det går fire dager fra en person blir smittet til han eller hun kan smitte andre, som innebærer $k_1 = 4$. Etter estimering av sammenhengen (under første bølge) viste det seg at vi like gjerne kunne sette $k_1 = 1$. Forklaringen på at «timingene» ikke trenger være så presis når formålet med modellen er prognoser, kan være at de ulike kandidatene til indikatorer for smittepotensialer er innbyrdes korrelerte, og korrelerte med den ikke-observerbare reelle smitten i befolkningene. Smittepotensialindikatoren SS_t^* avhenger også av «cut-off» parameteren k_2 , kanskje særlig tidlig i epidemien (eller i starten av ny bølge). Basert på erfaringene med framskrivningene under første bølge, fortsatte vi i mars 2021 med å bruke $k_2 = 14$. Men å velge et noe bredere tidsintervall (vindu) har ikke avgjørende innvirkning på framskrivningene.

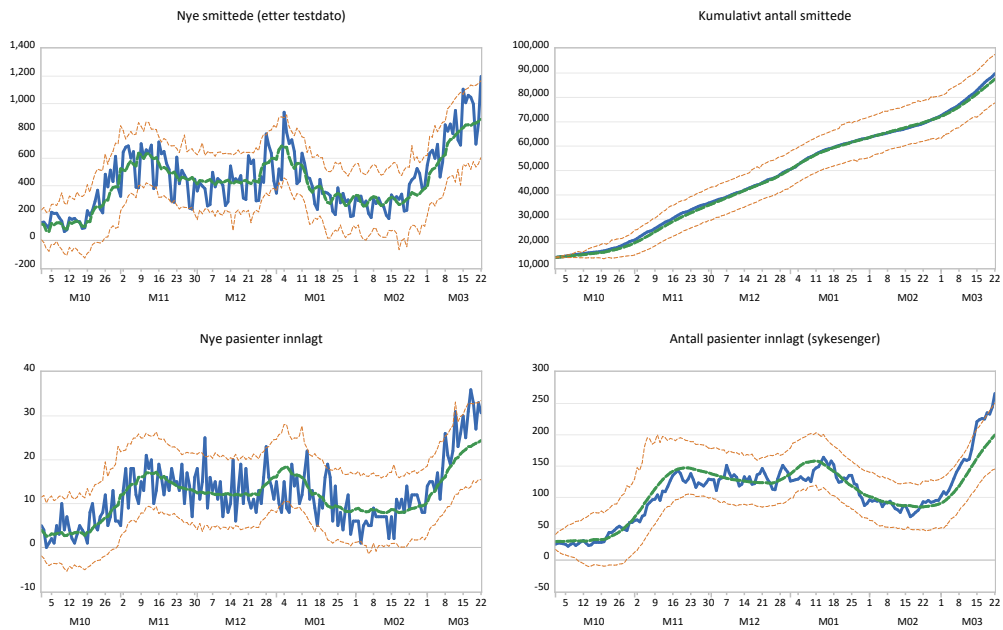
Dersom vi setter $k_1 = 1, k_2 = 13$:

$$SS_{t-1}^* = (SS_{t-1} - SS_{t-14}) = \sum_{j=1}^{14} NS_{t-j} \quad (3)$$

som er positiv så lenge epidemien varer. I tillegg til SS_{t-1}^* inneholder modelligningen for NS_t lags av $\Delta NS_t (= NS_t - NS_{t-1})$ av høy orden. Dette er gjort for blant annet å modellere mønsteret med færre positive tester på lørdager og søndager enn på de andre ukedagene (dvs sesongmønster).

De øvrige variablene i modelligningen kan tolkes som effekter av importert smitte, effekter av ikke-farmasøytiske tiltak og endringer i testkapasitet (og i befolkningens utnyttelse av den kapasiteten). De representerer intervensjoner, eller mer generelt strukturelle brudd i den økonometriske ligningen. Fra makroøkonomisk framskrivninger er vi godt kjent med at strukturelle brudd i økonomien skjer hyppig og at det er et nesten uoverstigelig problem å få brakt slike strukturelle brudd inn i prognosemodellen raskt nok til at store prognosefeil kan unngås, [Nymoen \(2019, Kap.12\)](#). Det er grunn til å tro at de som framskriver forløpet av epidemier står ovenfor lignende utfordringer.

Når modellen brukes til sporing (føyning) av pandemien, vil variasjon i disse variablene (f.eks. en indikatorvariabel for vinterferien i 2020) være med å påvirke simuleringresultatene over den historiske perioden. Når modellen brukes til rene framskrivninger vil derimot disse variablene holdes konstant på sine gitte nivåer. Framskrivningene bygger dermed på en forutsetning om ingen nye utbrudd pga importsmitte, og ingen nye intervensjoner av typen for å «slå ned» ved hjelp av nedstegning, innreiseforbud osv. En tredje bruk av modellen er til å simulere scenarier, og da kan indikatorer for politikkbruk eller importsmitte aktiveres i framskrivningsperioden, for nettopp



Figur 1: Dynamisk simulering av Covid-19 i Norge, fra 1. oktober 2020 til 22. mars 2021. Blå grafer er faktiske tall, grønne stiplede grafer er simulertes gjennomsnitt av 1000 simuleringer) og avtanden mellom de røde stiplede grafene angir 90 prosents konfidensintervall. (covid19mod_240321.prg).

å simulere forskjellige mulige, men ikke spesielt sannsynlige, trender for spredning av Covid-19 i befolkningen.

Antallet nye pasienter innlagt med Covid-19, $NINL_t$, er modellert som en funksjon av antall nye smittede (i periode t og med lag). Det er estimert en noe sterkere sammenheng mellom smitteindikatoren og $NINL_t$ fra midten av mars 2021 enn tidligere i epidemien. Antallet innlagte, INL_t er modellert som en funksjon av $NINL_t$, med koeffisient $+1$ pålagt, og antallet innlagte dagen før, INL_{t-1} , med koeffisient mindre enn $+1$.

I påvente av vaksinerings av en tilstrekkelig andel av befolkningen er det ikke-farmasøytiske tiltak som har vært brukt til å forhindre en eksplosiv utvikling, $R > 1$. Vi sett en lang rekke slike tiltak: nasjonale, regionale, og forskrifter for enkeltkommuner. Tiltakene har tatt form av både anbefalinger og påbud/forbud. Detaljene i denne virkemiddelbruken er det ikke mulig å representere i en empirisk framskrivningsmodell for nasjonalt nivå. Men som nevnt ovenfor inneholder modellen indikatorvariable (også kalt «dummier») som sammenfaller med det mange vil forbinde med viktige endringer i måten Covid-19 har blitt spredd i Norge.

Figur 1 viser hvordan modellen simulerer utviklingen fra oktober 2020 til slutten av mars 2021. Tallene for nye smittede inneholder mye kortsiktig variasjon. En del av dette er som nevnt «sesongvariasjon» som et resultat av mindre omfattende testing i helgene. Selv om modellen ikke fanger opp de kortsiktige variasjonene når vi simulerer den over en såpass lang periode, «tracker»

den trenden i antall nye smittetilfeller. Dermed blir det kumulative antallet smittede også ganske nøyaktig simulert.

To variabler som det viktig å følge med på er nye sykehusinnleggelser og antallet som til enhver tid er innlagt på sykehus med Covid-19 («sykehussenger»). Det høyeste antallet innlagte hittil i pandemien var 325 (1. april 2020). Modellen føyer de to pasient-trendene bra helt fram til starten av mars, da stigningen er noe brattere enn det simuleringene henger med på. I alle fall når vi starter simuleringene fem måneder tidligere, slik som i Figur 1.

3 R-tall

I Norge beregnes reproduksjonstallet R av FHI, ved hjelp av avansert epidemiologisk modellering. Imidlertid er ikke den norske metoden representativ for det som gjøres i andre land. I f.eks Tyskland er det nasjonale R tallet gjennomsnittet av nye tilfeller de siste fire dager, delt på gjennomsnittet de forgående fire dagene, jf. [Harvey and Kattuman \(2020\)](#). Mer generelt:

$$R_{t,r,p} = \frac{\sum_{j=0}^{p-1} NS_{t-j}}{\sum_{j=r}^{p+r-1} NS_{t-j}} = \frac{\sum_{j=0}^{p-1} NS_{t-j}}{\sum_{j=0}^{p-1} NS_{t-j}} \quad (4)$$

hvor summen i nevneren begynner på lag r og summene i teller og nevner kan overlappe hverandre. Etter litt algebra kan $R_{t,r,p}$ skrives som:

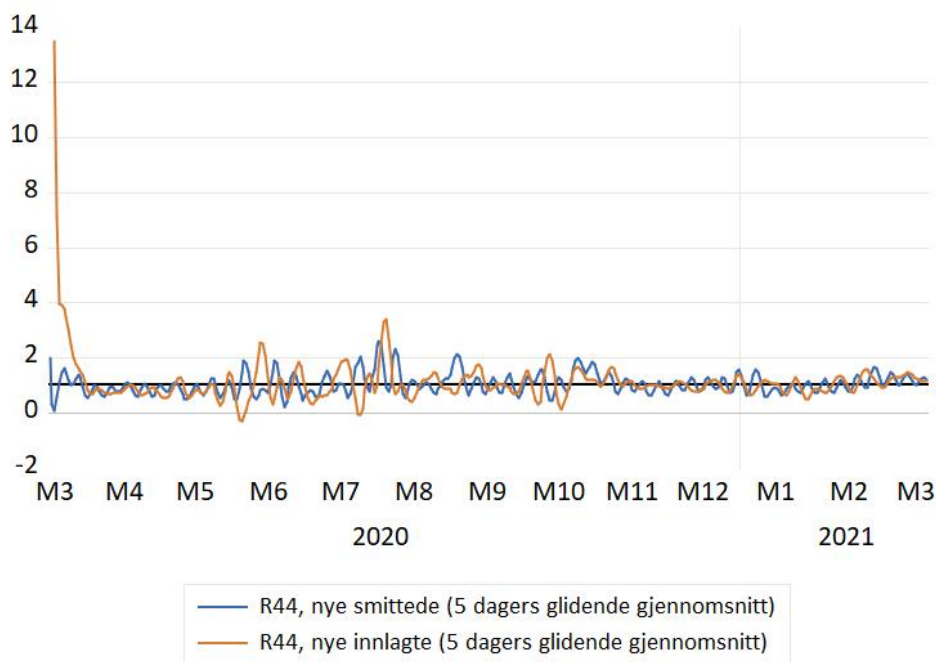
$$R_{t,r,p} = 1 + r\hat{g}_{NS,t} \quad (5)$$

der $\hat{g}_{NS,t}$ er en implisitt estimator på vekstraten til NS_t . Den er gitt ved:

$$\hat{g}_{NS,t} = \frac{1}{r} \sum_{j=0}^{r-1} \frac{\sum_{j=0}^{p-1} \Delta NS_{t-j}}{\sum_{j=r}^{r+p-1} NS_{t-j}} \quad (6)$$

hvor $\Delta NS_t = NS_t - NS_{t-1}$. Parameteren r representerer perioden det tar før en smittet person kan bringe sykdommen videre. For Covid-19 har $r = 4$ vært ansett som et fornuftig valg. p bestemmer hvor mange lags som tas med i estimeringen av vekstraten. Det er vanlig å velge $p = 4$. Denne operasjonaliseringen referer vi til som R_{44} nedenfor.

Ved å betrakte uttrykkene ovenfor ser vi at R -tallet vil være nær 1 når den målte smitteøkningen er liten, og høy når smitteøkningen er høy. Det er også klart at det beregnede R -tallet vil variere, nærmest fra dag til dag, så lenge pandemien raser. Det er derfor et spørsmål om framskrivninger som er basert på forutsetningen om konstant R -tall vil være av verdi særlig ofte. Et R -tall som beregnes ved å bruke en større p , for eksempel $p = 7$ vil bidra til å stabilisere estimatet på vekstraten, og blir benevnt med R_{47} nedenfor. Andre typer glatting, for eksempel glidende



Figur 2: R-tall for perioden 15/3-2020 til 20/3-2021. Basert på tidsseriene NS_t og $NINL_t$, med $r = p = 4$. Glidende fem dagers gjennomsnitt.

gjennomsnitt av $R_{4,4}$, vil selvsagt stabilisere R-tallet enda mer. Men hva gjør slik glatting med tidsaspektet ved benevningen? Hva er egentlig tidshorizonten for antall nye smittede fra én person? Dersom tallet skal brukes som et premiss for praktisk framskrivning, må slike spørsmål besvares først.

Det finnes en litteratur om estimering av $R_{t,r,p}$ ved hjelp av tidsrekkeметoder, se [Harvey and Kattuman \(2020\)](#) og referansene der. Poenget i vår sammenheng er imidlertid at når vi først har en modell som sporer nye smittede, er det lett å beregne ett eller flere R-tall, nærmest som et biprodukt av modellarbeid som uansett må gjøres.

Det kan også beregnes R-tall basert på nye sykehusinnleggelser, $NINL_t$ i vår notasjon. I en slik beregning kan det være det være gode grunner til å sette (r, p) til andre tall enn $(4, 4)$, men for sammenlignings skyld viser Figur 2 R_{44} for både nye smittede og nye innlagte. Vi ser at R-tallet for nye smittede var 2 helt i starten av perioden (15. mars 2020). Grafen til R-tallet basert på nye sykehuspasienter starter svært høyt, nettopp fordi lå på sykehus helt i begynnelsen av epidemien. Imidlertid kommer også grafen for dette R-tallet raskt ned på et nivå som svinger rundt 1.

4 Framskrivning

Modellen kan brukes til å framskrive variablene i Figur 1 på daglig basis. Dette vil være kort-siktsprognoser som bare vil utnytte informasjonen i selve tidsseriene og «gjenværende effekter» av ikke-farmasøutiske tiltak som allerede er blitt representert i modellen. Effekt av vaksineringsprogrammer kan også innarbeides, og vaksinekalenderen til FHI kan da brukes til framskrive antall personer som har fått en eller to vaksinedoser. En enkel måte å bringe vaksinasjonsprogrammet inn i modellen på er å erstatte S_t^* i modellligningen for NS_t med

$$S_t^*(1 - f(V_t))$$

der V_t representerer vaksinegraden i befolkningen, og $f(V_t)$ er den logistiske funksjonen:

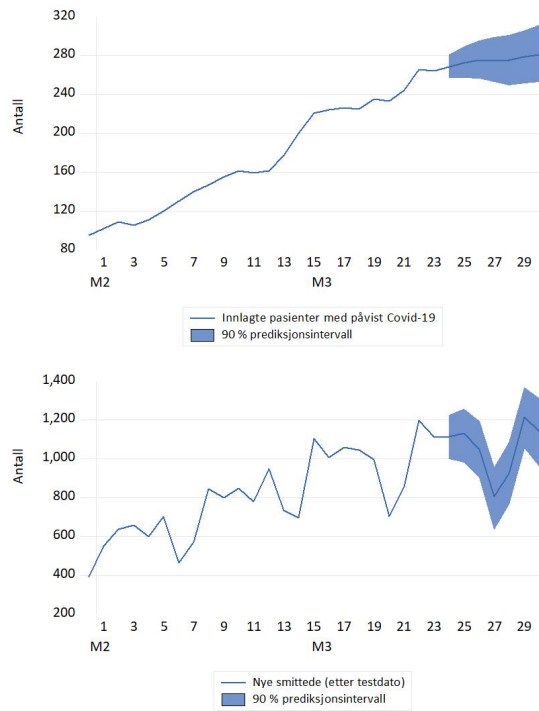
$$f(V_t) = \frac{1}{1 + \exp(-\tau_1(V_t - \tau_2))}. \quad (7)$$

De to parametrene (τ_1, τ_2) velges slik at $f(V_t)$ får samme form som et unntak: Funksjonsverdien øker lite med hver nyvaksinerte i starten av vaksinasjonsprogrammet, og sterkere etter hvert som en større andel av befolkningen allerede er blitt vaksinert.

Den konkrete framskrivningen skjer i følgende steg.

1. På dag T oppdateres databasen med nye tall for nye smittede, NS_{T-1} , nye innlagte, $NINL_{T-1}$, og innlagte, INL_{T-1} .
2. I og med at NS_t er ordnet etter testdato vil de siste observasjonene, for eksempel NS_{T-1} og NS_{T-2} , være foreløpige tall som vil bli revidert over de nærmeste dagene. Fordi målet er å framskrive NS_{T+h} , $h = 1, 2, \dots, H$ skaper dette et sagbladproblem (et velkjent fenomen for prognosemakere). Løsningen som først ble benyttet var å estimere NS -ligningen med data som sluttet i $T - 2$ og bruke modellen til å fylle inn sagbladet for NS_{T-1} og NS_T . I den operative versjonen av modellen er denne metoden blitt forbedret ved å bruke en estimert sammenheng mellom NS og tallene for nye smittede etter registreringsdato.
3. S_{T-1}^* beregnes ved akkumulering av NS_t fra steg 2 fram til og med SS_{T-1} .
4. Betinget på resultatene i steg 2 og 3, simuleres modellen dynamisk for $T, T + 1, \dots, T + H$, der H for eksempel settes til 7 eller 14.

I steg 4 gjøres det 5000 (stokastiske) simuleringer. Punktprognosene $\widehat{NS}_{T+h}, \widehat{SS}_{T+h}, \widehat{NINL}_{T+h}, \widehat{INL}_{T+h}$ beregnes som gjennomsnittet av de 5000 simuleringene. Verdiene til restleddene som brukes i de stokastiske simuleringene genereres ved hjelp av «bootstrapping», isteden for ved bruk av normalfor-

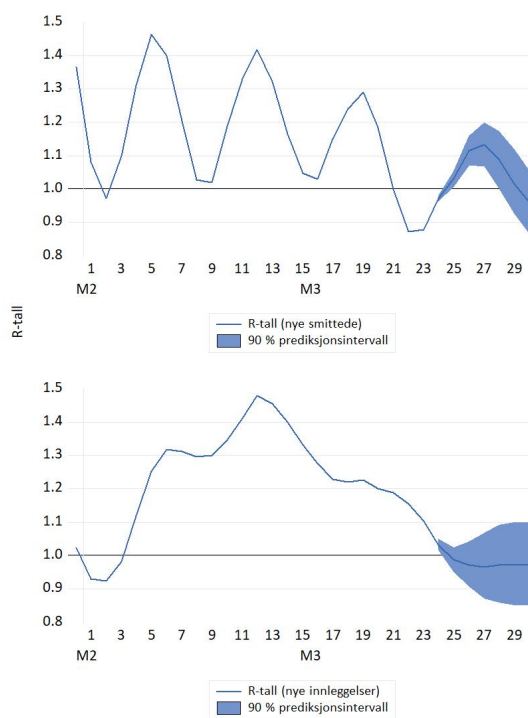


Figur 3: Nye smittede med Covid-19 (etter testdato) og antallet pasienter innlagt på sykehus. Faktiske tall (27/2- 23/3 2021) og prognoser for perioden 24/3-30/3 2021. (covid19mod_240321.prg)

delingen. Dette reduserer tendensen til at de beregnende usikkerhetsintervallene (usikkerhetsviftene) blir underestimeringer av prognoseusikkerheten (pga uholdbar forutsetning om normalfordeling).

Figur 3 viser et eksempel på prognoser for antallet nye smittede og antallet pasienter med Covid-19 som er innlagt på sykehus. Prognoseperioden i dette eksemplet var 24.-30. mars 2021, og prognosen er vist sammen med tall fra de foregående 24 dagene (merk at tallene for 20, 21. og 22. mars ble «nowcasted» i steg 2 i prognosemetoden, som beskrevet ovenfor). Vi ser at prognosen var at antallet sykehuspasienter ville fortsette å øke, men at det skulle holde seg under rekorden på 325 innlagte fra februar i 2020. Sammenhengen med smittespredningen var at antallet nye smittede ble framskrevet på et høyt nivå, som ville fortsette å økene, selv om en viss utflating kan anes i prognosen.

Figur 4 viser et eksempel på framskrivning av R-tall basert på antall nye smittede og på antallet nye pasienter innlagt på sykehus. Begge R-tall hadde stort sett vært over +1 i mars, og dette var også tilfellet for de framskrevne tallene. Men +1 ligger til dels innenfor fanen som angir prediksjonsintervallene.



Figur 4: R-tall basert på nye tilfeller og nye sykehusinnlagte med Covid-19. Beregnede R-tall (27/2- 22/3 2021) og prognoser for perioden 24/3-30/3 2021. Grafene viser fem dagers glidende gjennomsnitt. (covid19mod_240321.prg)

5 FHIs prognoser fra uke 11 og uke 12

Tabell 1 viser prognosene for nye tilfeller og innlagte som ble publisert av Folkehelseinstituttets [modelleringsrapport](#) fra 24/3-2021. FHI presenterer prognoser som gjelder hele tre uker fram i tid. Siden de tidsrekkebaserte prognosene ovenfor bare gikk sju dager fram i tid, kan vi sammenligne med FHIs prognoser for 28. mars som var ca 2500 nye tilfeller. Tidsrekkemodellen (Figur 1) ga bare 714. Noe av denne forskjellen kan skyldes at modellen framskriver tallene slik de er registrert, med klart sesongmønster, mens FHIs framskrivinger ikke ut til å inneholde særlig sesongvariasjon. Siden 28. mars var en søndag, kan dette forklare noe av forskjellen. Dersom vi tar et fem dagers sentrert gjennomsnitt av tidsrekkeprognosen blir anslaget for 28. mars 900 nye smittede. Det er verdt å merke seg, slik det er anført i Tabell 1, at FHIs prognoser for 21. mars var omlag 2000 nye tilfeller, det vil si omtrent det doble av det faktiske tallet (Figur 5 i modelleringsrapporten). Prognosene for antall pasienter innlagt på sykehus viser et større sammenfall. Der hadde FHIs modelleringsrapport ca 260 innlagte, mens tidsrekkeprognosen var 293 innlagte. Tabell 2 viser FHI prognoser fra uke 12. Vi ser at prognosen for 28. mars da var blitt nedjustert med en faktor på 0,6, til 1490. Det er et god egenskap ved en prognosemodell at den responderer på ny informasjon (oppdaterte parametre og nye initalbetingelser). Likevel var justeringen langt fra stor nok, siden antallet nye smittede som

Tabell 1: Utdrag fra Table 3 i *Situational awareness and forecasting for Norway FHI COVID-19 modelling team Week 11, 24 March 2021*

Publiseringsdato	Første dag	Én uke fram, 28. mars	2 uker, 4. april	3 uker 11. april
24. mars	22. mars	Median/Gj.snitt (PI)	Median/Gj.snitt (PI)	Median/Gj.snitt (PI)
Nye tilfeller	2000*	2561/2506 (1791-3872)	3235/3129 (2063-5250)	4080/3884 (2349-7132)
Innlagte	210*	261/260 (196-334)	333/332 (232-445)	417/409 (283-628)

* Avlest fra grafen for «Daglig Insidens» i Figure 5.

var testet på denne dagen (som var Palmesøndag) var 473. FHIs prognoser for antallet innlagte («sykesenger») for 28. mars ble ikke endret så mye fra uke 11 til uke 12. Den var fortsatt cirka 260, som er bare var en titalls «sykesenger» unna det faktiske tallet på 273.

Tabell 2: Utdrag fra Table 3 i *Situational awareness and forecasting for Norway FHI COVID-19 modelling team Week 12, 31 March 2021*

Publiseringsdato	Første dag	Én uke fram, 4. april	2 uker, 11. april	3 uker 18. april
31. mars	28. mars	Median/Gj.snitt (PI)	Median/Gj.snitt (PI)	Median/Gj.snitt (PI)
Nye tilfeller	1490*	1491/1446 (1039-2033)	1534/1478 (1007-2232)	1578/1516 (923-2391)
Innlagte	260*	272/270 (217-336)	288/288 (208-373)	301/302 (214-411)

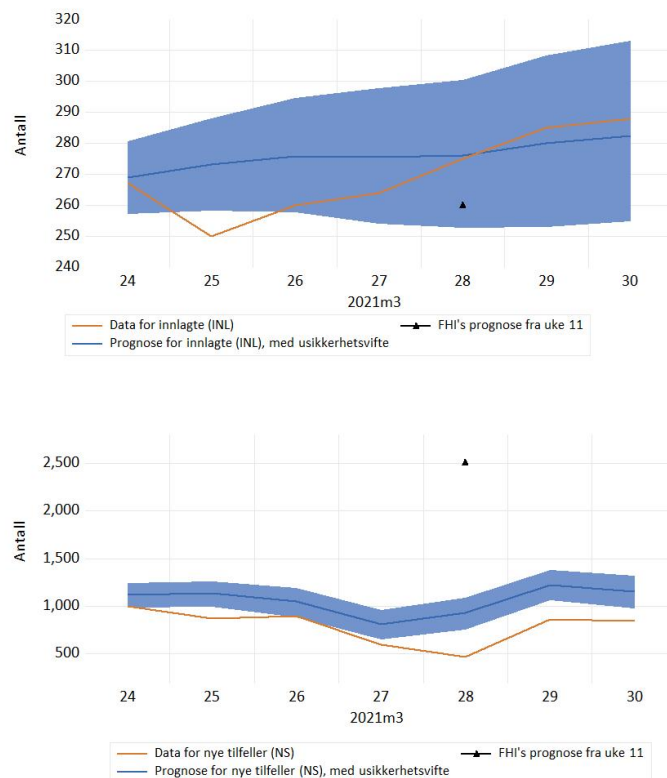
* Avlest fra grafen for «Daglig Insidens» i Figure 5.

6 Hvordan traff prognosen fra 24. mars?

Prognosen i figur 3 viste seg å overvurdere antall nye smittede (NS) i 7-dagersperioden 24-30. mars. I figur 5 er grafen for prognosen vist sammen med grafen for faktisk antall nye smittede, NS . Vi ser at overvurderingen var vesentlig mindre i den tidsrekkebaserte prognosen enn i FHI's prognose fra *Situational awareness and forecasting for Norway FHI COVID-19 modelling team Week 11, 24 March 2021*—FHI anlaget for 28. mars er angitt med et triangelsymbol.

Når det gjelder antall pasienter innlagt på sykehus med påvist Covid-19, viste tidsrekkemodellens prognoser en viss undervurdering i starten av 7-dagers perioden, og en liten overvurdering mot slutten. Med unntak av 25. mars er ikke feilene signifikante (de faktiske tallene ligger innenfor usikkerhetsviften i figuren).

Siden prognosen har blitt oppdatert hver mandag-fredag (unntak for helligdage), er det mulig å lage tilsvarende grafer for alle prognoserunder (etterhvert som faktiske data blir tilgjengelig). Dette vil ganske sikkert gi eksempler på prognoser som både treffer bedre, men også dårligere, enn prognosen fra 24. mars. For å foreta en formell statistisk evaluering av prognosene må det først «samles opp» datasett med éndagsprognoser, todagsprognoser og så videre. Når utvalgene



Figur 5: Prognosene vist i figur 3 sammen med faktiske tall (data). FHI's prognoser fra uke 11 for 28. mars angitt med triangelsymbol. (covid19mod_240321.prg)

er blitt store nok kan prognoseskjevheten («bias») estimeres, og det kan gjøres sammenligning av nøyaktighet med konkurrerende prognosemodeller. Slike tester vil bli inkludert i en senere versjon av notatet.

7 Avslutning

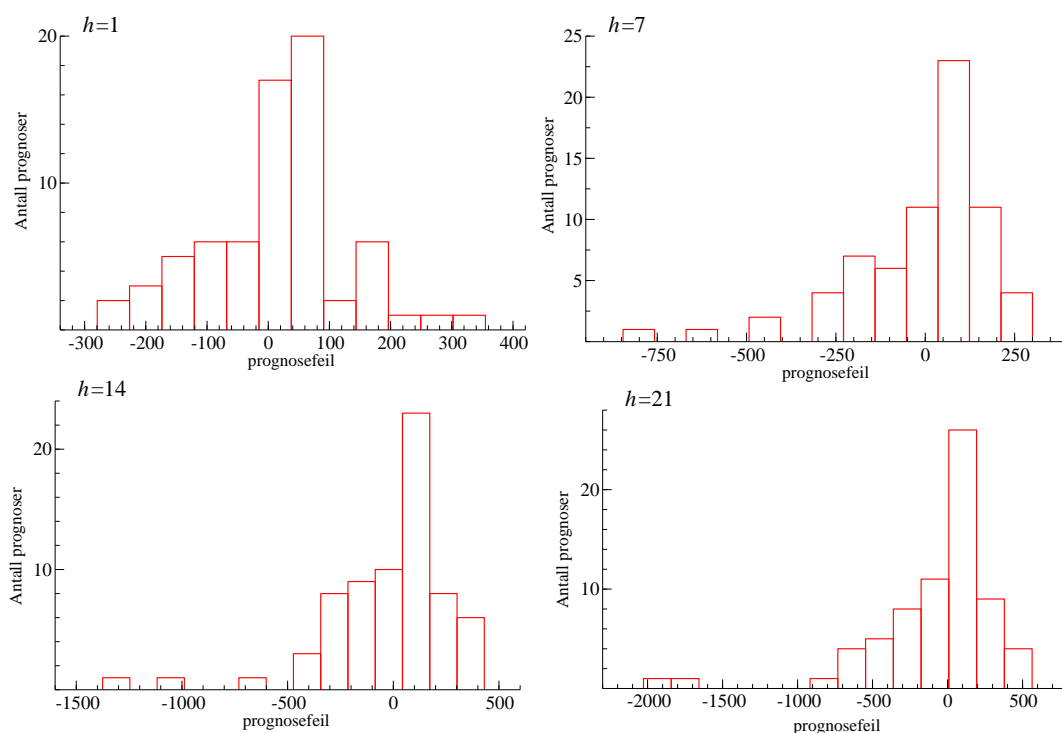
Når vi arbeider med makroøkonomiske framskrivninger er vi vant til å regne med at strukturelle brudd i økonomien er den viktigste kilden til at store prognosefeil opptrer oftere enn vi skulle ønske. Siden brudd i framskrivningsperioden er uforutsigbare, er det beste man kan håpe på i praksis at de strukturelle bruddene bringes inn i informasjonssettet til prognosemodellene så raskt som mulig etter at de har manifestert seg i data. Prognosemodeller som svikter på dette punktet vil reprodusere framskrivningsfeil, også etter at et strukturelt brudd har funnet sted. Innenfor samfunnsøkonomi er dette forklaringen på at enkle prognosemodeller som f.eks «tilfeldig-gang» ofte kan gjøre det bra sammenlignet med prognoser fra strukturelle modeller. De enkle modellene er ganske riktig naive, og de kan bare gi simple projeksjoner av datatrender. Paradoksalt nok er de likevel mer responsive overfor strukturelle brudd enn det strukturelle modellene vil være. Dermed

vil også prognoser fra strukturelle modeller, som blir korrigert med faktorer fra enklere modeller, kunne gi raskere tilpasning til brudd som har skjedd (ligger i informasjonssettet). Dette kan tolkes som et eksempel på at det kan være bedre å kombinere prognoser, enn å stole på framskrivningene fra én enkelt prognosemodell.

Det er grunn til å tro at fenomenet strukturelle brudd også er av betydning for Covid-19 prognoser. Det kan samtidig virke som FHI prognosemetoder i stor grad har vært basert på strukturell modellering med forholdsvis snevert innslag av empiri, og kanskje lite bruk av metoder for analyse av tidsrekke-data. Dette kan ha gjort prognosene mer utsatt for strukturelle brudd enn de hadde behøvd være. Omtalen av FHIs prognoser fra uke 11 og uke 12 kan tyde på nettopp dét. En mer tidsrekkebasert og empirisk modell vil være komplementær til FHIs foretrukne prognosemodell, og ville kunne ha en viss vekt i en litt mer utvidet modellportefølje til overvåkning og framskrivning av epidemien.

8 Tillegg 11. august 2021: Evaluering av prognosefeilene

I dette tillegget ser vi litt nærmere på feilene fra prognosene som ble laget fra midten av mars og fram til utgangen av juni.

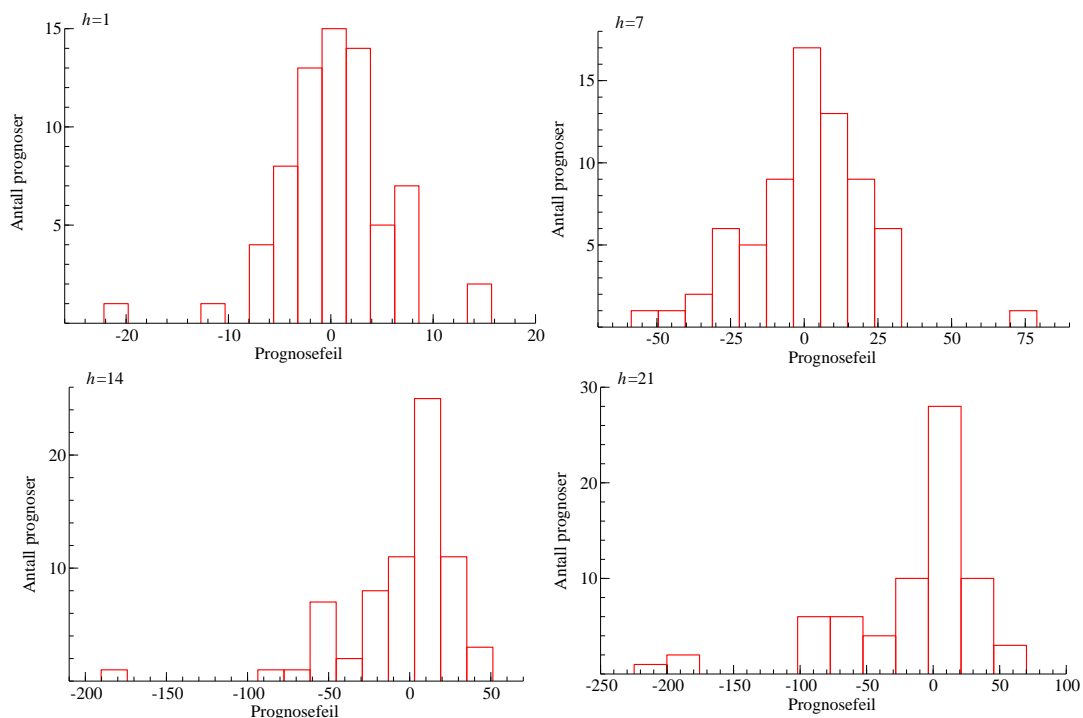


Figur 6: Plott av frekvensfordelingen av prognosefeilene for nye smittede, for horisont (h) 1,7,14 og 21 dager. Hver plott er basert på 70 observasjoner ($n = 70$), siste prognose er fra 2/7/21.

Som nevnt har hver prognoserunde resultert i framskrivninger flere dager framover i tid. I figur 5 er prognosene for 24/3 eksempler på prognoser med én dags horisont, som vi kan angi med $h = 1$. Prognosene for 30/3 er eksempler på prognoser med syv dagers horisont: $h = 7$. Fordi det er relevant å sammenligne prognosefeilene med FHI's prognoser for $h = 1$, $h = 7$, $h = 14$ og $h = 21$, har vi sørget for å kjøre alle de økonometriske prognosene 21 dager fram i tid. Dette gir oss (i skrivende stund) 70 observasjoner av prognosefeil for hver av horisontene $h = 1, 2, \dots, 21$, og både for nye smittede og for antallet innlagt på sykehus med Covid-19.

Prognosefeilene er definert som differansen mellom faktiske tall og predikerte tall. En positiv prognosefeil betyr derfor at prognosen underpredikerte antallet nye tilfeller. Dersom en prognose overvurderte antallet nye smittede er prognosefeilen derimot negativ.

Figur 6 viser frekvensfordelingene til prognosefeilene for nye tilfeller for $h = 1, 4, 7, 21$. Figur 7 viser tilsvarende frekvensplott for feilene til antallet innlagte. I figur 6 finner vi de høyeste stolpene for de intervallene langs x-aksen som inneholder null, og for de intervallene som ligger rett til høyre for «null-intervallene». Dette betyr at det typisk er en viss undervurdering av antallet nye tilfeller



Figur 7: Plott av frekvensfordelingen av prognosefeilene for antallet innlagt på sykehus, for horisont (h) 1,7,14 og 21 dager. Hver plott er basert på 70 observasjoner ($n = 70$), siste prognose er fra 2/7/21. av hver

framover. Det virker dessuten som at denne tendensen er tydeligere for horisontene $h = 14$ og $h = 21$ enn for korte ($h = 1$ og $h = 7$). Plottene viser at variasjonen (spredningen) i feilene øker med lengden på prognosehorisonten, som er naturlig fordi prognoser med kort horisont er mer usikre enn prognoser med lang horisont.

Figur 7 viser at det samme bildet gjelder for antallet innlagt på sykehus. En liten forskjell kan være at tendensen til relativt hyppig undervurdering ikke blir synlig før vi kommer til to- og tre-ukers horisontene ($h = 14$ og $h = 21$). Det er et kvalitetstegn at prognoser er balanserte, uten systematisk skjevhet (over- eller underprediksjon). Når det gjelder Covid-19 kan det være litt annerledes, i og med at det kan være større kostnader forbundet med å underpredikere utviklingen av pandemien enn det er med å overvurdere utsiktene for antallet nye smittede og omfanget av innleggelser på sykehus. Dette gir likevel ikke grunn til å lukke øynene helt for viktigheten av å unngå stor skjevhet i prognosene. Prognoser som systematisk over-, eller undervurderer pandemien har nok mindre verdi enn noenlunde balanserte prognoser, både i kommunikasjonen med befolkningen og som del av beslutningsgrunnlaget for opp- eller nedtrapping av ikke-farmasøytiske tiltak. Et vanlig mål på skjevhet («bias») er den gjennomsnittlige prognosefeilen. I tabell 3 er de gjennomsnittlige prognosefeilene for de fire prognosehorisontene vist sammen med gjennomsnittlige feil

Tabell 3: Gjennomsnittlige feil for de tidsrekkebaserte prognosene fra mars-juni (CovidMod i tabellen) og FHIs prognoser publisert i de ukentlige modelleringrapportene (*Situational awareness and forecasting for Norway*) i samme periode.

	Nye smittede		Innlagte	
horisont	CovidMod ($n = 70$)	FHI ($n = 16$)	CovidMod ($n = 70$)	FHI ($n=16$)
$h = 1$	11,3	-419,2	0,3	-12,4
$h = 7$	-8,4	-488,4	0,9	-17,4
$h = 14$	-20,9	-560	-5,1	-28,8
$h = 21$	-84,0	-661,0	-15,9	-46,4

fra FHIs prognoser fra samme periode i 2021. Fordi FHI publiserer nye prognoser ukentlig er det færre observasjoner av FHIs prognosefeil ($n = 16$). For nye smittede er det skjevhet i FHIs prognoser for alle de fire horisontene. Skjevheten indikerer til dels kraftig overprediksjon. Forskjellen fra skjevheten i de tidrekkebaserte prognosefeilene (Covidmod i tabellen) må sies å være stor. Når det gjelder antallet personer som er innlagt på sykehus er bildet det samme: Det er mer systematisk overprediksjon (negativ skjevhet) i FHIs prognoser, selv om nivået på feilene er lavere enn for nye smittede De tidsrekkebaserte prognosene har feil som er svært nær null i gjennomsnitt for $h = 1$ og $h = 7$. De negative gjennomsnittlige feilene for antallet innlagte 2- og 3-uker fram i tid er også klart mindre i tallverdi enn i FHIs prognoser. I parentes kan det kanskje bemerkes at det er negativ skjevhet i CovidMod-feilene, selv om frekvensplottene nettopp viste at positive feil var relativt typiske. Forklaringen er selvsagt at gjennomsnittene påvirkes av at det er enkelte virkelig store negative prognosefeil (i de lange «venstrehalene» i frekvensplottene).

Det er selvsagt mulig at resultatene for gjennomsnittlige prognosefeil kan endre seg når vi kan bringe inn i bildet progosene fra juli, august, og kanskje fra enda senere i 2021.

Tabell 4: RMSFE for de tidsrekkebaserte prognosene fra mars-juni (CovidMod i tabellen) og for FHIs prognoser publisert i de ukentlige modelleringrapportene (*Situational awareness and forecasting for Norway*) i samme periode

	Nye smittede		Innlagte	
horisont	CovidMod ($n = 70$)	FHI ($n = 16$)	CovidMod ($n = 70$)	FHI ($n=16$)
$h = 1$	117,2	565,5	27,35	32,4
$h = 7$	194,7	747,2	20,3	33,8
$h = 14$	285,4	984,2	35,9	38,0
$h = 21$	416,9	1308	46,5	64,3

Et standard mål på prognosenøyaktighet er RMSFE (Root Mean Squared Forecast Errors). Dette målet blir påvirket både av skjevheten og variansen til prognosefeilene. Dermed er det fullt mulig at en prognosemodell som har produsert prognosefeil med større skjevhet enn en annen metode, likevel kan vinne en konkurranse om å produsere lavest RMSFE. Tabell 4 viser at det er

stor forskjell mellom RMFE-ene for nye smittede, men ganske liten forskjell for innlagte. Igjen bør det tas et forbehold om det relativt lave antallet observasjoner av FHIs prognoser.

Referanser

Harvey, A. C. and P. Kattuman (2020). A Farewell to R: Time series models for tracking and forecasting epidemics. *Covid Economics*, (51), 36–73.

Nymoen, R. (2019). *Dynamic Econometrics for Empirical Macroeconomic Modelling*. World Scientific, Boston.